1 Intro

Def **Grundraum** Ω **Elementarereignis** $\omega \in \Omega$

Def σ-**Algebra** $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(\Omega)$ **Ereignis** $A \in \mathcal{F}$

(i) $\Omega \in \mathcal{F}$

(ii) $A \in \mathcal{F} \implies A^{\mathsf{C}} \in \mathcal{F}$

(iii) $A_1, \cdots, A_n \in \mathcal{F} \implies \bigcup_{i \leq n} A_i \in \mathcal{F}$

Lem. **Abgeschlossenheit** der σ-Algebra $\mathcal{F}$

(i) $\emptyset \in \mathcal{F}$

(ii) $A_1, \cdots, A_n \in \mathcal{F} \implies \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F}$

(iii) $A, B \in \mathcal{F} \implies A \cup B \in \mathcal{F}$

(iv) $A, B \in \mathcal{F} \implies A \cap B \in \mathcal{F}$

Def **Wahrscheinlichkeitsmass** auf $(\Omega, \mathcal{F}) : \mathbb{P}$

$$\mathbb{P} : \mathcal{F} \to [0,1] \quad \text{s.d.} \quad A \mapsto \mathbb{P}[A]$$

(i) $\mathbb{P}[\Omega] = 1$

(ii) $\mathbb{P}[A] = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \iff A = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{s.d.} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = \emptyset$

Lem. **Eigenschaften** von $\mathbb{P}$

(i) $\mathbb{P}[\emptyset] = 0$

(ii) $\bigcap_{i=1}^{k} A_i = \emptyset \implies \mathbb{P}\left[\bigcup_{i=1}^{k} A_i\right] = \sum_{i=1}^{k} \mathbb{P}[A_i]$

(iii) $\mathbb{P}[A^{\mathsf{C}}] = 1 - \mathbb{P}[A]$

(iv) $\mathbb{P}[A \cup B] = \mathbb{P}[A] + \mathbb{P}[B] - \mathbb{P}[A \cap B]$

Def **Wahrscheinlichkeitsraum** $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ $A \in \mathcal{F}, \quad \omega \in \Omega$

A tritt ein $\overset{\text{def}}{\iff} \omega \in A$ (i) $\emptyset$ tritt nie ein

A tritt nicht ein $\overset{\text{def}}{\iff} \omega \notin A$ (ii) Ω tritt immer ein

Def **Laplace Modell** $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ Ω endlich.

(i) $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$

(ii) $\forall A \in \mathcal{F} : \quad \mathbb{P}[A] = \dfrac{|A|}{|\Omega|}$